

தொல்காப்பியரின் கணிதவியல் சிந்தனைகள்

முனைவர்.லொ.ஆ.உமாமஹேஸ்வரி

உதவிப்பேராசிரியர், தமிழ்த்துறை, எம்.வி.முத்தையா அரசு மகளிர் கலைக் கல்லூரி,
திண்டுக்கல்

முன்னுரை

பழந்தமிழரின் அறிவியல் சிந்தனைகளை வெளிப்படுத்தும் கருவூலமாகத் தொல்காப்பியம் ஒளிர்கின்றது. தொல்காப்பியரின் பல்வேறு சிந்தனைகளில் 'கணித முறைகளை' நோக்குவதாகக் கட்டுரை அமைகின்றது.

கலைஞானம் அறுபத்து நான்கில் ஒன்றாகக் கருதப்படும் கணிதம் சங்கலிதம் (கூட்டல்), விபகலிதம் (கழித்தல்), குணனம் (பெருக்கல்), பாகாரம் (வகுத்தல்), வர்க்கம், வர்க்கமூலம், கனம், கனமூலம், இயக்கம், எண்ணம் இவற்றைக் கொண்டதாகத் திகழ்கின்றது. கணிதம் என்பதற்கு ஆநவாழனள முக யுசிவாஅநவஉயட ஊயடஉரடயவழை; பசமுஉநளள முக உழஅரவயவழை என்றும, கணித சாஸ்திரம் என்பது சோதிடத்தையும், அளவுகளையும், எல்லைகளையும் கொண்டது என்றும் தமிழ் லெக்சிகன் பொருள் தருகிறது. (பகுதி.1 ப.705) வானியல் அறிவும் கணிதத்துடன் இணைந்ததே, 'தமிழ்ருடைய வானநூற் கணிதமுறையே வழக்கிலுள்ள எல்லாக் கணிதங்களிலும் நிதானமானது' எனும் அறிஞர் சிலேட்டரின் கருத்து இவண் குறிப்பிடத்தக்கது. கணித முறைகளுள் ஒன்றான 'அளவை' முறைகளை தொல்காப்பியர் பல்வேறு நூற்பாக்களில் சுட்டிச் செல்கின்றார். கால அளவையும், அளவை முறைகளும் இன்றியமையாதது. ஆகையால் கால அளவை, எண்ணல் அளவை, நிறுத்தல், முகத்தல், நீட்டல் அளவை குறித்த தொல்காப்பியரின் சிந்தனைகள் கட்டுரையில் விளக்கம் பெறுகின்றன.

கால அளவை

அந்தி, அயனம், ஆண்டு, இளவேனில், எற்பாடு, ஓரை, காலை, கூதிர், கைநொடி, திங்கள், நடுப்பகல், நாழிகை, நொடி, பனை, பின்பனி, பொழுது, மாத்திரை, முழுத்தம், முதுவேனில், முன்பனி, யாமம், விநாடி, வைகறை ஆகியவை 'கால அளவைகளாகக் கொள்ளப்படுகின்றன.

எழுத்துக்கு அளவு கூறும்பொழுது தொல்காப்பியர்,

கண்ணிமை நொடியென வவ்வே மாத்திரை

நுண்ணிதி னுணர்ந்தோர் கண்டவாறே

(நூன் மரபு - 7)

என்று கூறுகின்றார். இன்றைய அறிவியல் அறிஞர்கள் கண்ணிமைக்கும் காலம் அரைக்கால் மாத்திரையே என்று தெளிவுபடுத்தியுள்ளனர். 'இமையென்றது இமைத்தற் தொழிலை, நொடியென்றது நொடியிற் பிறந்த ஓசையை, தன்குறிப்பு இன்றி நிகழ்தலின் இமை முன் கூறப்பட்டது. நிறுத்தளத்தல், பெய்தளத்தல், நீட்டியளத்தல், நெறித்தளத்தல், தேங்க முகந்தளத்தல், சார்த்தியளத்தல் என்கிறார் உரையாசிரியர் இளம்பூரணர். 'அரையளபு குறுகன் மகரமுடைத்தே' (நூன்-12), அரையளவிற் குறுகல்-கால் என மாத்திரைச் சுருக்க அளவையும் எடுத்தோதுகிறார் ' . 'நூள் முன் தோன்றும்' (உயிர்-45), 'திங்கள் முன்வரின்' (உயிர்-46), 'ஞாயிறு, திங்கள்' (கிளவி-57) எனவும், தனது பொருளதிகாரப் பகுதியில் காலம் குறித்து நிலம் பொழுது முதற்பொருள் எனக் கூறும் தொல்காப்பியர், பொழுதின் உட்பிரிவுகளாக கார் முதலிய பெரும் பொழுது ஆறினையும், மாலை முதலிய சிறுபொழுது ஆறினையும், குறிப்பிடுவது கருத்தக்கத்து (அகம் 6-12).

எண்ணல் அளவை

ஒன்று, இரண்டு, மூன்று என எண்ணங்களாகவோ, வீசம், அரைக்கால், கால் என இலக்கமாகவோ அல்லது பதாதி, சேனாமுகம், குமுதம் எனத் தொகையாகவோ எண்ணிக் கணக்கிடுவது எண்ணல் அளவையாகும் (ப-8 தமிழர் அளவைகள்) ஒன்று

முதல் கோடி வரை உள்ள எண்கள் இன்றைய நிலையில் எண்ணப்படுகின்றன. அன்றைய தமிழர் ஒன்றுக்குக் கீழ் உள்ள பின்ன எண்களையும் கணித முறையில் பயன்படுத்தியுள்ளனர்.

**‘உயிரும் புள்ளியும் இறுதி யாகி
அளவும் நிறையும் எண்ணும் சுட்டி
உளஎனப் பட்ட எல்லாச் சொல்லும்
தத்தம் கிளவி தம்மகப் பட்ட
முத்தை வருஉம் காலம் தோன்றின்
ஒத்த தென்ப ஏஎன் சாரியை**

(தொல்.1164)

இந்நூற்பாவிடற்கு இளம்பூரணர் காணியே முந்திரிகை, காலே காணி என எடுத்துக்காட்டு காட்டுவார். ‘அரை என வருஉம் (தொல்-105) எனும் நூற்பாவிடற்கு உழக்கரை, கொடியரை, ஒன்றறை என எடுத்துக்காட்டுவார். இதன் மூலம் ஒன்றிற்குக் குறைந்த எண்களும் கருதப்பட்டவை புலனாகும்.

எண்ணி னிறுதியன்னோடு சிவனும் (தொல்.உருபு-198) எண்ணுப் பெயர்களினது குற்றுகரவீறு அன் சாரியையொடு பொருந்தும் எனவும், ஒன்று முதல் பத்துவரை உள்ள எல்லா எண்ணுப் பெயர்களும் வழங்கப்படும் முறையினை (ஒரு பானை, இருபஃதினை, இருபதினொடு, தொல்-199) எனவும், ஒரு, இரு என எண்ணப்படும் முறையினையும் (தொல்-438) எடுத்துக்காட்டுவார். அத்துடன் பத்து என்ற எண்ணுப்பெயர் முன் ஒன்று முதல் எட்டுவரை, இரண்டு என்ற எண் தவிர, வரும்பொழுது ‘து’ என்ற குற்றியலுகரம் மெய்யோடு கெட்டு ‘இன்’ சாரியை பெற்று பதின் ஒன்று, பதின் மூன்று எனவரும் முறை (தொல்-433), பத்து முன் இரண்டு வந்தால் பன்னிரண்டு என வருதல் (தொல்-434) பத்து முன் ஆயிரம் வந்தால் ‘பதினாயிரம்’ என வருதல் (தொல்-435) நிறுத்தலளவை. முகத்தலளவைப் பெயர் முன் இன் சாரியை பெற்று பதின்மூஞ்சு, பதின்மூலம் என வருதல் (தொல்-436) எனக் குற்றியலுகரப் புணரியல் முழுவதும் கிட்டத்தட்ட 13 - நூற்பாக்களில் எண்கள் வழக்கு

மாற்றையும், அளவைப்பெயர்கள் முன் எண்கள் பெறும் மாறுபாட்டினை 14 - நூற்பாக்களிலும் விதந்தோதுகிறார் தொல்காப்பியர்.

ஒரு நூறு, முந்நூறு, நானூறு, ஐந்நூறு, தொள்ளாயிரம் ஆகிய எண்களுக்கும் விதியினைக் கூறும் தொல்காப்பியர் (தொல்-460-462) ஓராயிரம், ஓராயிரம், மூவ்வாயிரம், ஒன்பதினாயிரம், நூறாயிரம் இவற்றிற்கும், நூற்றிருபுது, நூற்றுக்கலம், ஒருபதினாயிரம் முதலான எண்களைக் குறித்த சிந்தனைகளையும் தருகின்றார் (தொல்-465-476). புள்ளி மயங்கியலில் ஏழன் கணக்கு (தொல்-388) எழுநூறு (389) எழுபது (390) இ ஆயிரம் (391), ஏழ்நூறாயிரம் (392) என 'ஏழு' என்னும் எண்ணிற்கு விதியினைக் கூறிச் செல்லும் தொல்காப்பியர்.

ஐ ஆம் பல் என வருஉம் இறுதி

ஆல்பெயர் எனுறும் ஆயியல் நிலையும்

(தொல்:393)

எனும் நூற்பாவில் தாமரை, வெள்ளம், ஆம்பல் என்னும் பேரெண்கள் குறித்த கருத்தினையும் தருகிறார். இதன் மூலம் ஒன்றுக்குக் கீழும், கோடிக்குப் பின்னும் குறித்த 'எண்கள்' பற்றிய சிந்தனையும், அவ்வெண்கள் அளவு முறைகளில் பின்பற்றப்பட்டதும் தெளிவாகப் புலனாகின்றன.

நிறுத்தல் அளவை

பொருட்களை நிறுத்து அளவிடல் நிறுத்தல் அளவை எனப்படும். இவ்வளவை குறித்து 'தொகை மரபு' வாயிலாக அறிய இயல்கின்றது.

புனையெ னளவுங் காவெ னிறையும்

நினையுங் காலை யின்னோடு இவணும்

(தொல்-169)

புனையென்னும் அளவுப் பெயரும், கா என்னும் நிறைப்பெயரும், எனச் சுட்டுகிறார். கா- என்பதற்கு 'துலாக்கோல்' என்றும் 100-பலம் கொண்டது 'கா' என்றும் விளக்கம் தருகின்றது, தமிழ் லெக்சிகன் (ப-840).

அளவிற்கு நிறையிற்கு மொழிமுதலாகி

உளவெனப் பட்டவொன்பதிற் றெழுத்தே

அவைதாம்

கசபவென்றா நமவவென்றா

அகர உகரமோ டவையென மொழிப

(தொல்-170)

எனும் நூற்பாவில் முகத்தலளவைப் பெயர்களுக்கும், நிறுத்தலளவைப் பெயர்களுக்கும் மொழி முதலில் வரும் எழுத்துக்கள் ஒன்பது எனக் காட்டுகின்றனர். இந்நூற்பாவிற்கு உரை எழுதியுள்ள இளம்பூரணர் கழஞ்சு, சீரகம், தொடி, பலம், நிறை, மா, வரை, அந்தை, இம்பி முதலான நிறுத்தல் அளவைகளைக் குறிப்பிடுகின்றார். இம்பி, முதலான தானியங்கள் அளவைகளாகப் பயன்படுத்தியிருப்பது நோக்கத்தக்கது, 'கழஞ்சு' எனும் அளவை இன்றுவரை எவ்வித மாற்றமுமின்றித் தமிழரால் பயன்படுத்தப்படும் அளவையாகும் (ப-40இதமிழர் அளவைகள்). அண்மைக்காலம் வரை புளி, சர்க்கரை, வெல்லம் போன்றவற்றை அளவிடுவதற்குப் 'பலம்' எனும் எடை பயனில் இருந்து வந்துள்ளது. தொல்காப்பியர் காலத்தில் மிக நுண்ணிய எடையளவினையும் பயன்படுத்தி உள்ளனர் என்பது மேற்காணும் நூற்பா வழி புலனாகிறது.

முகத்தல் அளவை

பொருட்களை முகந்து அளக்கும் அளவை முகத்தல் அளவையாகும். பிற அளவுப் பெயர்களைவிட, இந்த அளவு குறித்த தகவல்களை அதிகமாகத் தருகின்றார் எனலாம். கலம், (தொல்-168) பனை (தொல்-169), பதக்கு, தூணி, உரி, நாழி, (தொல்-239-240)இ உழக்கு (தொல்-457) போன்ற அளவைகளை வெளிப்படையாகத் தருகின்றார் தொல்காப்பியர். உரையாசிரியர் கலம், தூதை, பாளை, நாழி, மண்டை, வட்டி, அகல், உழக்கு ஆகிய அளவைகளைக் குறிப்பிடுகிறார். பிற்காலத்தில் 'உண்கலன்களாக' பயன்பட்டவை தொல்காப்பியர் காலத்தில் அளவைகளாகவும் பயன்பட்டிருக்கக்கூடும்.

நீட்டல் அளவை

பொருட்களின் நீளம், உயரம், அகலம், பருமன் போன்றவற்றை நீட்டல், அளவுக் கருவிகள் கொண்டு அளத்தல், நீட்டல் அளவை எனப்படும் (ப-51,தமிழர் அளவைகள்)இ மா எனும் நீட்டல் அளவினைத் தொல்காப்பியர் குறிப்பிடுவார் (தொல்:480). நீட்டம் வேண்டின் அவ்அளவு உடைய (தொல்:6) எனும் நூற்பாவும் இவண் சிந்திக்கத்தக்கது. உரியியலில் உரிச்சொல் குறித்துக் குறிப்பிடுகையில் 'நானவே களனும் அகலமும் செய்யும்' எனும் நூற்பாவினைத் தருகின்றார். உரையாசிரியர் சேனாவரையர் நனவு- அகலத்தைக் குறிக்கும் எனக் குறிப்பிடுகின்றார். இவை தவிர தொல்காப்பியர் அக்காலத்தில் பயன்படுத்தப்பட்ட 'நீட்டல் அளவு' கருவியினைக் குறித்து வேறெந்தத் தகவலும் அளிக்கவில்லை.

தொகுப்புரை

தொகைமரபு, புள்ளி மயங்கியல், உருபியல், குற்றியலுகரப் புணரியல், பொருளதிகாரம் உள்ளிட்ட பல்வேறு இடங்களில் தொல்காப்பியரின் 'கணித முறை' குறித்த சிந்தனைகள் விரவிக் கிடக்கக் காணலாம். தொல்காப்பியர் தரும் 'பனை' எனும் அளவு ஆழ்ந்து சிந்திக்கத் தக்கது. தொல்காப்பியரின் நூற்பாக்களினின்றும் அக்கால மக்கள் கணிதத்தில் தேர்ந்து விளங்கினர் என்பதும், நுண்ணிய அளவைகளையும் பயன்படுத்தத் தேர்ந்தவர் என்பதும் புலனாகின்றது.